

## MODELOS NO-LINEALES APLICADOS A DATOS DE CRECIMIENTO DE BOVINOS CRUZADOS CON WAGYU<sup>1</sup>

***Pedro Guerra-Martínez<sup>2</sup>; Ricaurte A Quiel-Batista<sup>3</sup>; Carlos I Martínez D<sup>2</sup>;  
María Milagros De Gracia V<sup>4</sup>***

### RESUMEN

Los objetivos del presente estudio fueron seleccionar y ajustar un Modelo No-Lineal (MNL) al crecimiento de bovinos cruzados Wagyu-Brahman bajo condiciones de pastoreo en el trópico húmedo de Gualaca, Panamá. Unos 173 pesos de bovinos Wagyu-Brahman (F<sub>1</sub>) y Wagyu-Europeo-Brahman (3-R) fueron considerados. Los MNL evaluados fueron: Brody, Logístico, Von Bertalanffy y Gompertz. Los parámetros de crecimiento estimados fueron: peso adulto (PAD) y tasa de madurez (TM); y los indicadores de crecimiento fueron: edad (EPI), peso al punto de inflexión (PPI), excepto Brody, y grado de madurez a los 540 días (GM540d). La selección de los modelos se basó en el error de predicción promedio (EPP), varianza del error de predicción (VEP), el coeficiente de determinación múltiple (R<sup>2</sup>), ajustado (R<sup>2</sup><sub>aj</sub>), el criterio de información de Akaike (AIC), el cuadrado medio del error (CME), la prueba de Durbin-Watson (D-W) y la distribución de los residuos. El modelo Brody mostró mejor ajuste, seguido de Von Bertalanffy. Con Brody, los valores de AIC, VEP y EPP de los F<sub>1</sub> fueron 995,04; 1253,8 y -9,45129; respectivamente; y 1439,62; 1438,9 y -6,14342 de los 3-R. Con Brody el R<sup>2</sup> y R<sup>2</sup><sub>aj</sub> para F<sub>1</sub> y 3-R fueron >0,910. Los CME fueron 1348,3 y 1482,9 para F<sub>1</sub> y 3R, respectivamente. La prueba D-W no mostró autocorrelación entre los residuos en los cuatro MNL. Con Brody, los valores de PAD y TM en F<sub>1</sub> fueron 354,5±13,0 kg y 0,00299±0,000349 kg.kg<sup>-1</sup>.día<sup>-1</sup> y en 3-R fueron 363,1±11,2 kg y 0,00287±0,000278 kg.kg<sup>-1</sup>.día<sup>-1</sup>, respectivamente. Con Von Bertalanffy, EPI, PPI y GM540d resultaron 86,2 días, 100,2 kg y 90,3% para F<sub>1</sub> y 94,7 días, 103,0 kg y 88,8%, para 3-R, respectivamente. El modelo de Brody fue el mejor y describe TM lentas a diferencia de las curvas sigmoideas reportadas en climas templados.

**PALABRAS CLAVES:** Bajo pastoreo, modelo de Brody, Logístico, Von Bertalanffy y Gompertz.

<sup>1</sup>Recepción: 22 de septiembre de 2016. Aceptación: 24 de octubre de 2016.

<sup>2</sup>M.Sc. en Mejoramiento Animal. IDIAP. Centro de Investigación Agropecuaria Occidental (CIAOc). Teléfono (507)6404-2518. e-mail: pedroguerram16@gmail.com

<sup>3</sup>Ing. Agr. Zootecnista. IDIAP. CIAOc. e-mail: direccionciaoccidental@gmail.com

<sup>4</sup>Tec. Parasitología. IDIAP. CIAOc. e-mail: direccionciaoccidental@gmail.com

## NON-LENAR MODELS APPLIED TO GROWTH DATA OF CROSSBRED BOVINES WITH WAGYU

### ABSTRACT

The objectives of the present study were to select and adjust a non-linear model (MNL) to the growth of crossbred bovines Wagyu-Brahman under grazing conditions in the humid tropic of Gualaca, Panama. About 173 weights of Wagyu-Brahman ( $F_1$ ) and Wagyu-European-Brahman (3R) bovines were considered. Evaluated models were: Brody, Logistic, Von Bertalanffy and Gompertz. The estimated growth parameters were: adult weight (PAD) and growth rate (TM); and the growth indicators were: age (EPI), weight at inflexion point (PPI), except for Brody, and maturity grade at 540 days (GM540d). Selection of the model was based on the mean prediction error (EPP), variance of the predictive error (VEP), coefficient of multiple determination ( $R^2$ ), adjusted coefficient of multiple determination ( $R^2_{aj}$ ), Akaike Information Criterion (AIC), mean square error (CME), Durbin-Watson test (D-W) and errors distributions. Brody model showed best adjustment, followed by Von Bertalanffy. With Brody, values of AIC, VEP and EPP of the  $F_1$  were 995,04; 1253,8 and -9,45129, respectively; and 1439,62; 1438,9 and -6,14342 of the 3R. With Brody  $R^2$  and  $R^2_{aj}$  for  $F_1$  and 3R were  $>0,910$ . CME were 1348,3 and 1482,9 for  $F_1$  and 3R, respectively. D-W test did not show autocorrelations among residuals at the four models. With Brody values of PAD and TM in  $F_1$  were  $354,5 \pm 13,0$  kg and  $0,00299 \pm 0,000349$   $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{day}^{-1}$  and in 3R were  $363,1 \pm 11,2$  kg and  $0,00287 \pm 0,000278$   $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{day}^{-1}$ , respectively. With Von Bertalanffy EPI, PPI and GM540d were 86,2 days, 100,2 kg and 90,3% for  $F_1$  and 94,7 days, 103,0 kg and 88,8% for 3R, respectively. Brody model was the best and describes slow TM at differences of the sigmoidal curves reported in template weathers.

**KEY WORDS:** Under grazing, models Brody, Logistic, Von Bertalanffy, Gompertz.

### INTRODUCCIÓN

Las curvas de crecimiento del ganado de carne como una relación peso-edad con modelos no-lineales han sido estudiadas por muchos años (Doren *et al.* 1989, Marques da Silva *et al.* 2004, Da Silva M *et al.* 2013). Se ha reportado que la curva de crecimiento de los bovinos de razas *Bos taurus* especializadas para carne y en ambientes templados, es de tipo sigmoideo de tres fases: un

crecimiento lento inicial, una fase de aceleración pronunciada y un período de desaceleración hasta alcanzar el peso adulto (Morrow *et al.* 1976, De Nise y Brinks 1985, Domínguez-Viveros *et al.* 2013). También se ha reportado que la forma y características de la curva de crecimiento pueden variar en función del ambiente y del sistema de producción (Brown *et al.* 1976; Owens *et al.* 1993, Silva *et al.* 2001).

Los estudios en curvas de crecimiento de bovinos han usado principalmente modelos no-lineales que relacionan el peso y la edad del animal (Almeida Marques da Silva *et al.* 2004, Da Silva Marinho *et al.* 2013, Domínguez-Viveros *et al.* 2013). Las ventajas al describir la curva de crecimiento son: (a) resumir en tres o cuatro parámetros, las características más importantes de la población, (b) estimar el perfil de respuesta de tratamiento sobre el tiempo, (c) identificar el animal más pesado a edad temprana en una población y (d) obtener la individual dentro y entre varianzas (Freitas 2005).

A través de modelos no lineales (MNL) se puede describir el cambio del crecimiento en función del tiempo y con un número reducido de parámetros, los cuales tienen interpretación biológica (Fitzhugh 1976, Owens *et al.* 1993). Con los parámetros de los modelos de crecimiento se derivan otros indicadores de crecimiento como el grado de madurez sexual a cierto tiempo; así como la edad y peso al punto de inflexión (Ribeiro de F 2005, Domínguez-Viveros *et al.* 2013), que indica un cambio en la tasa de crecimiento.

Existen diversos MNL para describir la curva de crecimiento de acuerdo con condiciones específicas,

por lo que es importante determinar cuál proporciona un mejor ajuste. El modelo de Brody fue reportado por Arango y Van Vleck (2002) y Garnero *et al.* (2005), el modelo de Von Bertalanffy fue evaluado por Oliveira *et al.* (2000); así el modelo Logístico fue utilizado por Souza *et al.* (2010) y estos tres modelos además del modelo de Gompertz fueron estudiados por Domínguez-Vivero *et al.* (2013). Un propósito al determinar los parámetros e indicadores de crecimiento con estos MNL es considerarlos en los criterios de selección de una raza y tratar de modificar la forma de la curva de crecimiento.

El objetivo principal del estudio fue evaluar y comparar los modelos de Brody, Logístico, Von Bertalanffy y Gompertz para describir la curva de crecimiento y su bondad de ajuste con datos peso-edad de animales cruzados Wagyu-Brahman como: F<sub>1</sub> (50% Wagyu + 50% Brahman) y 3R (50% Wagyu + 25% *Bos taurus* europeo + 25% Brahman).

## MATERIALES Y MÉTODOS

**Fuente de datos:** Se usaron 173 peso-edad de animales cruzados Wagyu-Brahman de la Estación Experimental de Gualaca Carlos M. Ortega del Instituto de Investigación Agropecuaria de Panamá localizado en Gualaca, provincia de Chiriquí, República de Panamá a 8°39'20" latitud Norte y 82°10'10" longitud Oeste.

El clima pertenece al ecosistema Bosque Húmedo Tropical Premontano. La temperatura media anual es de 26° C y precipitación anual de 3500 a 4000 mm. El suelo es un inceptisol franco arcilloso arenoso con pH 4,5, contenido de materia orgánica de 3,7%, bajo en fósforo (1,6 mg/kg), medio en potasio (0,12 cmol/kg), bajo en calcio y magnesio (0,26 y 0,08 cmol/kg, respectivamente (Pinzón *et al.* 2005).

Desde 2001 el IDIAP inicio un programa de evaluación de la raza Wagyu en cruzamiento con el Brahman enfocado a mejorar la calidad de la canal y carne para suplir la demanda de mercados más exigentes. Los datos provienen de este pequeño hato, el cual se evalúa bajo condiciones del trópico húmedo pre-montano de Gualaca.

**Grupos raciales:** Los animales en estudio pertenecían a los F1 (50% Wagyu + 50% Brahman) y 3R (50% Wagyu + 25% *Bos indicus* europeo + 25% Brahman). Las madres de este grupo 3R eran 50% Simmental + 50% Brahman, 50% Charoláis + 50% Brahman y 50% Senepol + 50% Brahman.

**Base de alimentación:** Los animales del nacimiento hasta los siete meses de edad estaban con las madres. En este periodo, los terneros al convertirse en rumiantes pastorearon principalmente el pasto

*Brachiaria humidicola* con acceso a libre consumo de sal mineralizada. Posterior al destete pasaron a un área seleccionada para ellos donde reciben la misma base de alimentación hasta llegar a ser adultos. En la época seca fueron suplementados con ensilado de maíz y caña de azúcar (*Saccharum officinarum*) proteinada.

**Salud del hato:** Los animales se desarrollaron bajo un régimen sanitario que consistió en el control y prevención de endo y ectoparásitos; además fueron vacunados, en su edad temprana, contra Pierna Negra, Septicemia Hemorrágica y Carbunco Sintomático. También fueron sometidos a tratamientos contra verrugas y ataques de vampiros. La prueba de Leucosis se realizaba periódicamente. El hato estaba libre de brucelosis.

**Modelos matemáticos:** Los modelos seleccionados para evaluar y comparar el ajuste de la curva de crecimiento se presentan en el Cuadro 1. Los componentes de los modelos no-lineales utilizados son los siguientes:  $y$  = peso vivo del animal a la edad  $t$ ;  $t$  = edad del animal en días;  $a$  = peso adulto o asintótico en kg;  $b$  = constante de integración;  $c$  = pendiente de la curva relativa a la tasa de crecimiento en  $\text{kg}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{día}^{-1}$ . En estos modelos se considera el residual aleatorio con distribución normal e independiente.

**CUADRO 1. ECUACIONES DE LOS MODELOS NO LINEALES UTILIZADOS PARA DESCRIBIR LA CURVA DE CRECIMIENTO DE ANIMALES CRUZADOS WAGYU-BRAHMAN.**

Modelo	Ecuación
Brody	$y = a * (1 - b * e^{(-c*t)})$
Logístico	$y = a / (1 + b * e^{(-c*t)})$
Von Bertalanffy	$y = a * (1 - b * e^{(-c*t)})^3$
Gompertz	$y = a * (e^{(-b * e^{(-c*t)})})$

a = peso adulto o asintótico en kg; b = constante de integración;  
c = tasa de crecimiento relativa al peso adulto en kg·kg·día<sup>-1</sup>

Los datos fueron analizados a través de la estimación de parámetros utilizando modelos de regresión no lineales por el método de Marquardt (1963). El máximo número de convergencia fue establecido en 15. El proceso iterativo fue considerado haber convergencia cuando:

$$(SCE_{j-1} - SCE_j) / SCE_j + 10^{-6} < c$$

Donde:

SCE = suma de cuadrado del error después de haber fijado la función a los datos;

j = rondas de iteración;

c = 10<sup>-8</sup>.

La bondad de ajuste se evaluó de acuerdo a los criterios de Brown *et al.* 1976, De Assumpção *et al.* (2005) y Posada *et al.* (2011).

1.- Error de predicción promedio (EPP).

$$• EPP = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^t \frac{\left[ \frac{po - pe}{po} \right] * 100}{nt}$$

Varianza del error de predicción.

$$• VEP = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^t (po - pe)^2 / nt$$

Calculados mediante las diferencias entre el peso observado (po) y el estimado (pe) en todas las pesadas por individuo (t) y en todos los individuos (n) evaluados.

2.- El coeficiente de determinación múltiple y ajustada.

$$• R^2 = [1 - (sce / sct)]$$

• sce = suma de cuadrado del error

• Sct = suma de cuadrado total corregido

$$• R^2_{aj} = [1 - (n - i)(1 - R^2)] / (n - k)$$

• i = 1 si hay intercepto

• k = número de parámetros del modelo

Estos coeficientes son estimados con base en la suma de cuadrado del error (sce), la suma de cuadrados total corregida (sct), el número de observaciones (n) y el número de parámetros (k) que contiene el modelo (De Assumpção *et al.* 2005).

3.- Para distinguir la capacidad de ajuste de cada uno de los modelos se utilizó el criterio de información de Akaike (AIC) de acuerdo a Motulsky y Christopoulos (2003), Domínguez-Viveros *et al.* (2013); el cual combina teoría de máxima verosimilitud, información teórica y entropía de la información.

- $AIC = n * \ln(sce / n) + (2k + 1)$
- $\ln = \text{logaritmo natural}$

El modelo con el menor valor se considera como de ajuste mejor.

4.- Prueba de Durbin-Watson (Draper y Smith 1981).

Esta es una prueba en que los residuales de los modelos comparados son independientes. La hipótesis nula es  $H_0: \rho = 0$  y  $H_a: \rho > 0$ . El valor  $d$  de la prueba Durbin-Watson se calcula con la siguiente fórmula:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

Donde  $e_i = y_i - \hat{y}_i$ ; así como  $y_i$  e  $\hat{y}_i$  son los valores observados y los valores predichos, respectivamente, del individuo  $i$ . Donde  $d$  llega a ser más pequeña en la medida que las correlaciones seriales

se incrementan. Para probar la  $H_0: \rho > 0$ , de acuerdo a Draper y Smith (1981) se utiliza un valor de  $d$  para una prueba de "upper-tailed" o  $d_U$ . Si  $d > d_U$  no se rechaza la hipótesis nula.

5.- Cuadrado medio del error (*cme*).

El cual se calcula de la razón de la suma de cuadrados de los residuales o error entre su grado de libertad.

6.- Distribución de los residuos.

Los residuos fueron graficados frente a la edad, buscando determinar la magnitud en que los modelos sobre estiman o sub estiman ciertas secciones de la curva de peso corporal a través del tiempo, verificando con ello la constancia de la varianza del error. Los residuos de cada modelo fueron calculados como la diferencia entre los valores observados y los predichos ( $e_i = y_i - \hat{y}_i$ ).

Para cada modelo se estimaron los parámetros de crecimiento y con ellos se derivaron los indicadores de crecimiento (Cuadro 2) como edad (EPI) y peso al punto de inflexión (PPI) y grado de madurez a los 540 días (GM540d) de acuerdo a Domínguez-Viveros *et al.* (2013). Con excepción del modelo de Brody no se pudo calcular EPI y PPI.

**CUADRO 2. ECUACIONES PARA ESTIMAR LOS INDICADORES DE CRECIMIENTO: EDAD (días, EPI) Y PESO (kg, PPI) AL PUNTO DE INFLEXIÓN Y GRADO DE MADUREZ A LOS 540 DÍAS (GM540d).**

Modelo	EPI	PPI	GM540d
Brody	-	-	$= (1 - b*(exp(-c*t)))$
Logístico	$t = \ln b / c$	$y = a / 2$	$= 1/1+b*(exp(-c*t))$
Von Bertalanffy	$t = \ln 3b / c$	$y = a*8 / 27$	$= (1 - b*(exp(-c*t)))^3$
Gompertz	$t = \ln b / c$	$y = a*exp-1$	$= exp(-b*(exp(-c*t)))$

a = peso adulto o asintótico en kg; b = constante de integración;  
c = tasa de crecimiento relativa al peso adulto en kg·kg·día<sup>-1</sup>

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los errores de predicción promedio (EPP) fueron menores en el grupo 3R (Cuadro 3). Siendo más bajo en el modelo Brody en los  $F_1$  (-9,451) y 3R (-6,143), pero mayor en el modelo Logístico (-23,897 en  $F_1$  y -15,594 en 3R). Similar tendencia observaron Domínguez-Viveros *et al.* (2013) con bovinos Tropicarne en donde el EPP con el modelo Brody fue -3,30 y con el modelo Logístico fue -10,05. Brasão y Silva (sf) con hembras Nelore en pastoreo, también reportaron que el valor de EPP del

modelo Brody fue menor (-3,816) que el modelo Logístico (-5,740). Una tendencia opuesta se reportó por Domínguez-Viveros *et al.* (2014) en donde los valores de EPP independiente del modelo fueron positivos. Para la raza Hereford, el menor valor de EPP se encontró en machos con el modelo Von Bertalanffy (3,40) y en hembras con el modelo Brody (2,85); sin embargo con el modelo Brody en la raza Salers los EPP fueron 1,66 y 2,76 para hembras y machos, respectivamente (Domínguez-Viveros *et al.* 2014).

**CUADRO 3. CRITERIOS ESTIMADOS PARA COMPARAR EL AJUSTE DE LOS MODELOS.**

Modelo	EPP $F_1$	VEP	AIC	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub>	D-W	CME
Brody	-9,451	1253,8	995,0	0,915	0,912	1,535	1308,3
Logístico	-23,897	1946,0	998,0	0,934	0,932	1,592	2030,6
V.Bertalanffy	-15,850	1511,3	996,2	0,948	0,947	1,525	1577,0
Gompertz	-18,906	1634,8	996,7	0,944	0,943	1,529	1705,8
3R							
Brody	-6,143	1253,8	1439,6	0,913	0,911	1,670	1482,9
Logístico	-15,594	1946,0	1449,3	0,955	0,954	1,731	1802,6
V:Bertalanffy	-9,525	1511,3	1443,2	0,960	0,959	1,716	1593,7
Gompertz	-11,362	1634,8	1444,9	0,958	0,957	1,725	1652,8

EPP = error de predicción promedio; VEP = varianza del error de predicción; AIC = criterio de información de Akaike; R<sup>2</sup> = coeficiente de determinación múltiple; R<sup>2</sup><sub>aj</sub> = coeficiente de determinación múltiple ajustado. D-W: prueba Durbin-Watson. Valores críticos: Para  $F_1$   $d_u=1,48$ ; 3-R  $d_u=1,60$  cuando  $\alpha = 0,01$ .

Con respecto a la VEP, los valores con el modelo Brody fueron los más bajos con 1253,8 con  $F_1$  y 1438,9 con 3R y los mayores con el modelo Logístico con valores de 1946,0 para  $F_1$  y 1749,0 para 3R (Cuadro 3). El signo del EPP expresa si la función estimada sobre estima (+) o subestima (-) los datos analizados. En este estudio, debido a que todos los valores fueron negativos, significa que hay una subestimación en los valores de los pesos, siendo más marcada en el modelo Logístico, seguido por el modelo Gompertz.

De acuerdo a Domínguez-Viveros *et al.* (2013) con datos de la raza Tropicarne, el modelo de Brody presentó la VEP menor con 2134,5 y el modelo Logístico mayor 2333,4. Por otra parte, Domínguez-Viveros *et al.* (2014) con datos de la raza Hereford, la VEP fue más baja en el modelo Von Bertalanffy con 1011,8 y 1494,5 para hembras y machos, respectivamente, pero para la raza Salers, las VEP bajas fueron para el modelo Brody con 550,3 y 1252,0 para hembras y machos, respectivamente.

Los valores de AIC fueron más bajos en el  $F_1$  que en el 3R en los cuatro MNL (Cuadro 3). Sin embargo, el modelo de Brody fue el que presentó los valores más bajos de AIC con 995,0 en  $F_1$  y 1429,6 en 3R. El modelo de Brody (Domínguez-

Viveros *et al.* 2013) también fue de bajo valor en AIC (189044) en ganado Tropicarne, comparado con Logístico (190192), Von Bertalanffy (189324) y Gompertz (189520). AIC bajos también se estimaron en el modelo Brody (256,396) comparado con los modelos Gompertz (266,720), Von Bertalanffy (264,280) y Logístico (270,870) de acuerdo a Forni *et al.* (2009) con la raza Nelore. Además, utilizando datos de las razas Hereford y Salers, Domínguez-Viveros *et al.* (2014) reportaron valores bajos de AIC de 12621,1 en hembras y 19949,5 en machos de la raza Hereford y de 37482,8 en hembras y 61123,3 en machos de la raza Salers con el modelo de Von Bertalanffy, siendo más bajos que los encontrados en los modelos Logístico, Brody y Gompertz para ambos sexos.

De acuerdo a los valores de  $R^2$  y  $R^2_{aj}$ , los cuatro modelos explicaron la variación de los datos arriba del 91,0%. Los valores más altos de  $R^2$  y  $R^2_{aj}$  se encontraron en el modelo de Von Bertalanffy (0,948 y 0,947, respectivamente para  $F_1$ ; así como 0,960 y 0,959, respectivamente para 3R), mientras que los valores más bajos se encontraron en el modelo de Brody (0,915 y 0,912, respectivamente para  $F_1$ ; así como 0,913 y 0,911, respectivamente para 3R). Estos valores son muy superiores a los reportados por Domínguez-Viveros *et al.* (2013), en su estudio con bovinos de la



raza Tropicarne en México, cuyos valores de  $R^2$  estuvieron en el rango de 0,804 a 0,821 y de  $R^2_{aj}$  entre 0,803 a 0,813. Por otra parte, da Silva Marinho *et al.* (2013) en su estudio con Nelore, el  $R^2_{aj}$  fue 0,8916 con Brody y 0,8870 con Von Bertalanffy y para los valores de  $R^2$  reportados de 0,8898, 0,8876, 0,8826 y 0,8864 para los modelos de Brody, Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz, respectivamente (Brasão y Silva *et al.*). Por otra parte, valores altos de  $R^2_{aj}$  se reportaron por Marques da Silva *et al.* (2004) en estudio con la raza Nelore. Así para los modelos Brody, Gompertz, Logística y Von Bertalanffy los valores fueron 0,958; 0,931; 0,901 y 0,912, respectivamente. Valores altos de  $R^2_{aj}$  entre 0,941 a 0,991 con estos mismos modelos fueron reportados por Malhado *et al.* (2008) con Bufalinos de la raza Murrah en Brasil. Además, Posada *et al.* (2011), reportaron valores de  $R^2$  muy altos como 0,9991; 0,9990; 0,9990 y 0,9990 para los MNL Logístico, Brody, Gompertz y Von Bertalanffy, respectivamente. En estos cinco estudios, el modelo de Brody fue el de mayor  $R^2$  y  $R^2_{aj}$ .

Los valores de D-W en los  $F_1$  variaron de 1,525 (modelo Von Bertalanffy) a 1,592 (modelo Logístico) y en los 3R variaron de 1,670 (modelo Brody) a 1,731 (modelo Logístico) debido a que  $d > d_u$  o sea no es significativo ( $P > 0,01$ ) no se

rechaza la hipótesis nula, lo que indica que no hubo problemas de autocorrelación en los residuales. Los valores de D-W reportados por Domínguez-Viveros *et al.* (2013, 2014) a pesar que los modelos correspondían a la edad expresada en meses, sus valores fueron menores a la unidad. Por lo tanto,  $d < d_L$ , lo cual muestra que la autocorrelación detectada fue positiva, indicando que la diferencia entre residuos fue muy pequeña y que el valor de D-W se aproximó a cero.

En el estudio de Domínguez-Viveros *et al.* (2014) con las razas Hereford y Salers, los valores de D-W también fueron menores a la unidad. Estos investigadores midieron el tiempo en meses de edad. Los valores D-W fueron mayores en la raza Hereford con rango de 0,227 en machos con el modelo Brody a 0,412 en hembras con el modelo Von Bertalanffy; por otra parte, en la raza Salers los valores D-W fluctuaron de 0,136 en machos a 0,170 en hembras, ambos, con el modelo Von Bertalanffy. Basado en Marques da Silva *et al.* (2004), los valores D-W fueron superiores a la unidad como en el presente estudio. Para los modelos Brody, Gompertz, Logístico, y Von Bertalanffy fueron 1,83; 1,57; 1,33 y 1,64. Estos valores no fueron significativos indicando ausencia de autocorrelación serial residual.

Debido a que la suma de cuadrados total ( $sct$ ) es siempre la misma para el conjunto de datos, el valor de la suma de cuadrados del error ( $sce$ ) depende exclusivamente del ajuste del modelo. Los modelos que representen mejor un conjunto de datos ofrecen mejores  $sce$ , y por lo tanto, menores  $cme$  (Posada *et al.* 2011). Tomando en cuenta este criterio, todos los modelos del presente estudio pueden ser considerados válidos para describir la curva de crecimiento de animales cruzados Wagyu-Brahman en el intervalo de edad considerado en este estudio. Esta es la misma conclusión a que se llegó al considerar el  $R^2$  y  $R^2_{aj}$ , los cuales están arriba del 91%.

De acuerdo al Cuadro 3, los valores del  $cme$  en los dos grupos raciales fueron más bajos en el modelo Brody, seguido con el modelo Von Bertalanffy. Los  $cme$  fueron menores a los reportados por Da Silva Merinho *et al.* (2013) con la raza Nelore, en donde el modelo Brody mostró el menor  $cme$  con 907,0, seguida por el modelo Von Bertalanffy con 945,4. Aun valores menores de  $cme$  fueron publicados por Posada *et al.* (2011) en donde el menor fue encontrado en el modelo Logístico con 71,24, seguido por Gompertz, Von Bertalanffy y Brody con valores de 73,42; 74,55 y 77,53, respectivamente, también con ganado Nelore.

Los estimados y su error estándar de los parámetros de las curvas de crecimiento evaluadas se detallan en el Cuadro 4. Los mayores pesos asintóticos ( $a$ ) fueron estimados con el modelo Brody; así en el  $F_1$  fue  $354,5 \pm 13,0$  kg y en el 3R fue  $36,1 \pm 11,2$  kg. La menor estimación del parámetro  $a$  se obtuvo en el modelo Logístico con  $317,8 \pm 12,4$  kg en  $F_1$  y  $335,7 \pm 8,8$  kg en 3R. En los otros modelos también se observó que los 3R fueron más pesados que los  $F_1$ , a pesar que ambos grupos tienen 100% de heterosis, pero los 3R tienen mayores efectos raciales al combinar tres razas. Tomando en cuenta estos cuatro MNL, de acuerdo a Marques da Silva *et al.* (2004), el modelo de Brody tuvo el mayor valor de  $a$  con  $428,73 \pm 7,23$  kg y la menor estimación con el modelo Logístico con  $358,88 \pm 5,56$  kg en el ganado Nelore. En estudio con esta misma raza, Posada *et al.* (2011) reportaron que el mayor peso asintótico se estimó con el modelo Brody con  $923,5 \pm 162,30$  kg y en menor con el modelo Logístico con  $563,1 \pm 21,03$  kg. También con la raza Nelore, Da Silva Marinho *et al.* (2013), con el modelo Brody el parámetro  $a$  fue  $384,60 \pm 1,63$  kg y con el modelo Von Bertalanffy fue  $313,41 \pm 0,70$  kg.

**CUADRO 4. ESTIMADOS DE LOS PARÁMETROS DE LA CURVA DE CRECIMIENTO.**

Modelo	a ± e.e.	b ± e.e.	c ± e.e.
	F <sub>1</sub>		
Brody	354,5 ± 13,0	0,9028 ± 0,0159	0,00299 ± 0,00035
Logístico	317,8 ± 12,0	6,4692 ± 1,1581	0,01160 ± 0,00142
V.Bertalanffy	338,2 ± 12,3	0,5164 ± 0,0252	0,00508 ± 0,00057
Gompertz	332,4 ± 12,3	2,1186 ± 0,1541	0,00636 ± 0,00072
	3R		
Brody	363,1 ± 11,2	0,9070 ± 0,0154	0,00287 ± 0,00028
Logístico	335,7 ± 8,8	6,9915 ± 1,0545	0,01030 ± 0,00094
V:Bertalanffy	347,8 ± 9,5	0,5266 ± 0,0236	0,00483 ± 0,00042
Gompertz	343,2 ± 9,2	2,1886 ± 0,1436	0,00601 ± 0,00052

a = peso adulto o asintótico en kg; b = constante de integración;

c = tasa de crecimiento relativa al peso adulto o tasa de maduración en kg.kg<sup>-1</sup>.día<sup>-1</sup>

En ganado Tropicarne, Domínguez-Viveros *et al.* (2013) encontraron que el peso asintótico fue mayor con el modelo Brody (494,90±6,08 kg) y el menor con el modelo Logístico (361,00±1,42 kg). Por otro lado, Majid *et al.* (1996) reportaron valores del parámetro **a** de 444,43 kg en machos y 472,02 kg en hembras Brahman con el modelo Brody, valores de 406,25 kg en machos y 411,76 kg en hembras con el modelo Von Bertalanffy, valores de 384,66 kg en machos y 335,36 en hembras con el modelo Gompertz y valores 380,07 kg en machos y 374,02 kg con el modelo Logístico. En los primeros dos modelos los valores de **a** son mayores en hembras que en machos y lo contrario con los dos últimos modelos. También con ganado Nelore, Brasão y Silva (sf) reportaron que el parámetro **a** fue mayor con el modelo

Brody (419,70±4,43 kg) y menor con el modelo Gompertz (314,6±1,82 kg).

El parámetro **b** es la constante de integración. Esta constante fue mayor en los animales 3R que en los F<sub>1</sub>, independientemente del modelo utilizado (Cuadro 4). Entre los MNL, el mayor valor se encontró en el modelo Logístico con 6,4692±1,1581 en F<sub>1</sub> y 6,9915±1,0545 en 3R y el menor valor con el modelo Von Bertalanffy con 0,5164±0,0252 con F<sub>1</sub> y 0,5266±0,0236 con 3R. Posada *et al.* (2011) reportó también que el parámetro **b** fue mayor en el modelo Logístico (9,6296±0,7437) y menor con el modelo Von Bertalanffy (0,7601±0,0477) con el ganado Nelore en confinamiento. La misma tendencia se reportó por Brasão y Silva (sf) en hembras Nelore, en donde el

valor mayor de **b** se estimó con el modelo Logístico ( $3,8310 \pm 0,0297$ ) y menor con el modelo Von Bertalanffy ( $0,4776 \pm 0,0016$ ); así como lo reportado por Marques da Silva *et al.* (2004) en bovinos Nelore con  $5,59 \pm 0,06$  con el modelo Logístico y  $0,51 \pm 0,002$  con el modelo Von Bertalanffy.

El parámetro **b** estimado fue mayor con el método Logístico en hembras Brahman (3,7109) y machos Brahman (4,0375), pero fue menor con el modelo Gompertz (0.2034) con machos Brahman y con el modelo Von Bertalanffy (0,4655) con hembras Brahman (Majid *et al.* 1996). En vacas Nelore, el parámetro **b** fue mayor con el modelo Brody ( $0,9192 \pm 0,0005$ ) y menor con el modelo Von Bertalanffy ( $0,5153 \pm 0,0008$ ). Un valor mucho mayor de **b** fue reportado por Domínguez-Viveros *et al.* (2013) con el modelo Logístico ( $50,53 \pm 2,11$ ), pero menor con el modelo Brody ( $1,59 \pm 0,02$ ) en ganado Tropicarne.

El parámetro **c** es la tasa de maduración en  $\text{kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$  fue mayor en los  $F_1$  que en los 3R, independientemente del MNL (Cuadro 4). Otros autores han reportado la tasa de maduración en  $\text{kg.kg}^{-1}.\text{mes}^{-1}$  por lo que hay que prestar atención a su interpretación. En los animales  $F_1$  la mayor tasa de maduración (valor de **c**) se estimó con el modelo Logístico ( $0,0116 \pm 0,0014 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$ ) y el menor con el modelo

Brody ( $0,00299 \pm 0,00035 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$ ) y en los 3R con el modelo Logístico fue mayor con  $0,0103 \pm 0,0009 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$  y menor con el modelo Brody el cual fue  $0,00287 \pm 0,00028 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$ . Marques da Silva *et al.* (2004) en ganado Nelore reportaron que el modelo Von Bertalanffy estimó mayor tasa de maduración ( $0,018 \pm 0,015 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$ ) y menor con el modelo Brody  $0,002 \pm 0,00004 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$ . Sin embargo, en ganado Tropicarne (Domínguez-Viveros *et al.* 2013) la mayor tasa de maduración se estimó con el modelo Logístico ( $0,2211 \pm 0,0026 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{mes}^{-1}$ ) y la menor con el modelo Brody ( $0,0544 \pm 0,0012 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{mes}^{-1}$ ).

Menores tasas de maduración a las ya reportadas fueron estimadas con ganado Nelore en pastoreo por Da Silva Marinho *et al.* (2013) en donde el parámetro **c** fue  $0,0045 \pm 0,0002 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$  con el modelo Von Bertalanffy y  $0,0022 \pm 0,00002 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$  con el modelo Brody. También en el ganado hembra Nelore (Brasão y Silva, *sf*), la mayor tasa de maduración se estimó con el modelo Logístico con  $0,00655 \pm 0,0001 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$  y menor tasa de maduración con el modelo Brody con  $0,00196 \pm 0,00001 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$ . De acuerdo a Majid *et al.* (1996) con machos Brahman y con el modelo Logístico la mayor tasa de maduración fue  $0,0050 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$  y en hembras Brahman fue  $0,0041 \text{ kg.kg}^{-1}.\text{día}^{-1}$ . La menor tasa de maduración se estimó

con el modelo Gompertz con 0,0007 kg.kg<sup>-1</sup>.día<sup>-1</sup> en machos Brahman y 0,0013 kg.kg<sup>-1</sup>.d<sup>-1</sup> en hembras Brahman.

Valores de la tasa de maduración muy similares a los encontrados en este estudio los reportaron Posada *et al.* (2011), con animales Nelore en confinamiento, en donde la menor tasa de maduración fue 0,0010±0,00028 kg.kg<sup>-1</sup>. día<sup>-1</sup> con el modelo Brody y la mayor tasa de maduración con el modelo Logístico (0,0046±0,00029 kg.kg<sup>-1</sup>.día<sup>-1</sup>). Tomando en cuenta los valores de **a** y **c**, se confirma la correlación negativa reportada por Posada *et al.* (2011) entre el peso maduro asintótico (**a**) y la tasa de maduración (**c**). Desde el punto de vista genético, Silva *et al.* (2002 ) sostienen que la correlación genética entre los valores de **a** y **c** indican un antagonismo entre las estimativas de esos parámetros, por tanto, al seleccionar

animales buscando mayor tasa de madurez (más precoces), se obtienen animales de menor peso adulto. Posada *et al.* (2011) también señalan que las mayores estimativas para **a** y las menores estimativas para **c** está indicando que los animales que alcanzarán peso asintótico en edad más avanzada en razón de su desarrollo lento.

Los valores de EPI y PPI fueron mayores en los 3R que en los F<sub>1</sub> de acuerdo al Cuadro 5. La edad al punto de inflexión (EPI) se alcanzó más temprano con el modelo Von Bertalanffy tanto en animales F<sub>1</sub> como en los 3R. En los F<sub>1</sub> la EPI se alcanzó a los 86,2 días, siendo 31,8 días y 74,7 días más temprano que en los modelos Gompertz y Logístico, respetivamente. Sin embargo, en los animales 3R, el EPI fue a los 94,7 días siendo 8,5 días más tarde que los F<sub>1</sub> con el

**CUADRO 5. ESTIMADOS DE LOS INDICADORES DE CRECIMIENTO.**

Modelo	EPI, días	PPI, kg	GM540d, días
	F <sub>1</sub>		
Brody	-	-	0,820
Logístico	160,9	158,9	0,988
Von Bertalanffy	86,2	100,2	0,904
Gompertz	118,0	122,3	0,934
	3R		
Brody	-	-	0,807
Logístico	188,8	167,8	0,974
Von Bertalanffy	94,7	103,0	0,888
Gompertz	130,3	126,3	0,918

EPI = edad al punto de inflexión; PPI = peso al punto de inflexión;  
GM540d = grado de madurez a 540 días de edad

modelo Von Bertalanffy. Con este modelo, el EPI fue 35,6 días y 94,1 días más temprano que con los modelos Gompertz y Logístico, respectivamente.

De acuerdo a Domínguez-Viveros *et al.* (2014) con animales de la raza Hereford, tanto en hembras como en machos la EPI fue más temprana con el modelo Von Bertalanffy con 3,5 meses (105 días) y 4,15 meses (124,5 días), respectivamente. Con el modelo logístico, las hembras Hereford alcanzaron la EPI a los 5,39 meses (161,7 días) y en los machos a los 5,81 meses (174,3 días), pero EPI intermedias se estimaron con el modelo Gompertz de 4,22 meses (126,6 días) en las hembras y 4,78 meses (143,4 días) en los machos. Este estudio también contempló animales de la raza Salers.

Similarmente, las menores EPI se estimaron con el modelo Von Bertalanffy. Las hembras alcanzaron la EPI a los 2,10 meses (63,0 días) y los machos a los 3,21 meses (96,3 días). Con el modelo Logístico, la EPI fue más tardía con 4,28 meses (128,4 días) en las hembras y 5,38 meses (161,4 días) en los machos y con el modelo Gompertz la EPI tuvieron valores intermedios; así para las hembras fue 2,90 meses (87,0 días) y 4,04 meses (121,2 días) para los machos. Las hembras siempre alcanzaron la EPI más temprano. Por otra parte, con

el ganado Tropicarne Domínguez-Viveros *et al.* (2013) también reportaron que con el modelo Von Bertalanffy las EPI fueron más tempranas. El valor de EPI fue 4,21 meses (126,3 días), seguido por el modelo Gompertz con 5,51 meses (165,3 días) y por el modelo Logístico con 7,74 meses (232,2 días). Los valores de EPI para los dos grupos raciales del presente estudio están dentro de los rangos de los valores reportados en estos previos estudios.

El PPI fue mayor en los animales 3R, independientemente del MNL (Cuadro 5). El mayor PPI en los  $F_1$  se estimó con el modelo Logístico con 160,95 kg, seguido por el modelo Gompertz con 118,04 kg y por el modelo Von Bertalanffy con 86,17 kg. Por otra parte, en los animales 3R, el mayor PPI se reportó con el modelo Logístico con 188,80 kg, pesando 58,48 kg más que con el modelo Gompertz y 85,75 kg más que con el modelo Von Bertalanffy. Los mayores PPI de la raza Hereford se reportaron por Domínguez-Viveros *et al.* (2014) en hembras y machos con valores de 158,85 kg y 176,85 kg con el modelo Logístico, respectivamente.

Los valores de PPI para hembras y machos Hereford para el modelo Von Bertalanffy y Gompertz fueron 118,25 kg y 138,43 kg; y 133,68 kg y 152,67 kg, respectivamente. Por otro lado, con la raza Salers, los mayores PPI fueron

con el modelo Logístico para hembras y machos con 132,76 kg y 163,10 kg, respectivamente; seguido por el modelo Gompertz con 105,32 kg y 133,91 kg para hembras y machos respectivamente. Los menores PPI fueron con el modelo Von Bertalanffy con 88,44 kg y 115,97 kg para hembras y machos, respectivamente.

El grado de madurez a los 540 días (GM540d) fue mayor con el modelo Logístico tanto en los  $F_1$  (0,988) como en los 3R (0,974) (Cuadro 5); le sigue el modelo Gompertz con GM540d de 0,934 y 0,918 con los  $F_1$  y 3R, respectivamente. En el modelo Von Bertalanffy se estimó un GM540d de 0,903 y 0,888, mientras que con el modelo Brody se estimaron los GM540d más bajos con 0,820 y 0,807 para los mismos grupos raciales, respectivamente. Domínguez-Viveros *et al.* (2013) también encontraron que con el modelo Logístico se alcanzaron las más altas GM540d en el ganado Tropicarne con 0,906, también le siguió el modelo Gompertz con 0,839, modelo Von Bertalanffy con 0,798 y el modelo Brody con 0,652.

Los cuatro MNL ajustan bien los datos de crecimiento de animales cruzados Wagyu-Brahman bajo condiciones de pastoreo en el trópico húmedo, de acuerdo a las Figuras 1 y 2. Observando las gráficas, todas las funciones presentaron comportamiento similar en el ajuste de

los datos de campo en el período de edad contemplado. Ninguna función fue superior por presentar mayor variación de los residuos (Figura 1). Se detecta que el peso de los animales tanto  $F_1$  como 3R fue tanto sobreestimado como subestimado en todo el intervalo de edad.

El modelo Brody mostró el mejor ajuste en los dos grupos raciales porque tuvo los valores más bajos del criterio AIC, menor cuadrado medio del error (*cme*), menor error de predicción promedio (EPP), menor varianza del error de predicción (VEP); aunado a que su  $R^2$  y  $R^2_{aj}$  están arriba del 90% y no existió autocorrelación entre los residuales (D-W). Por otra parte, la curva tipo sigmoidea de otras rezas reportadas en la literatura no se manifestó en este estudio. Más bien se observa una ligera curvatura inicial con una tendencia a la meseta o plateau. Además, sus residuales estuvieron menos dispersos que los observados en los otros modelos (Figura 2). También la escogencia del modelo Brody se basó en la coherencia biológica de los parámetros estimados, tomando como referencia valores reportados en la literatura. Autores como Posada *et al.* (2011), Da Silva Marinho *et al.* (2013) y Domínguez-Viveros *et al.* (2013, 2014) han concluido en sus estudios que el modelo Brody es el que mejor ajustó sus datos. Sin embargo a diferencia de estos estudios las curvas

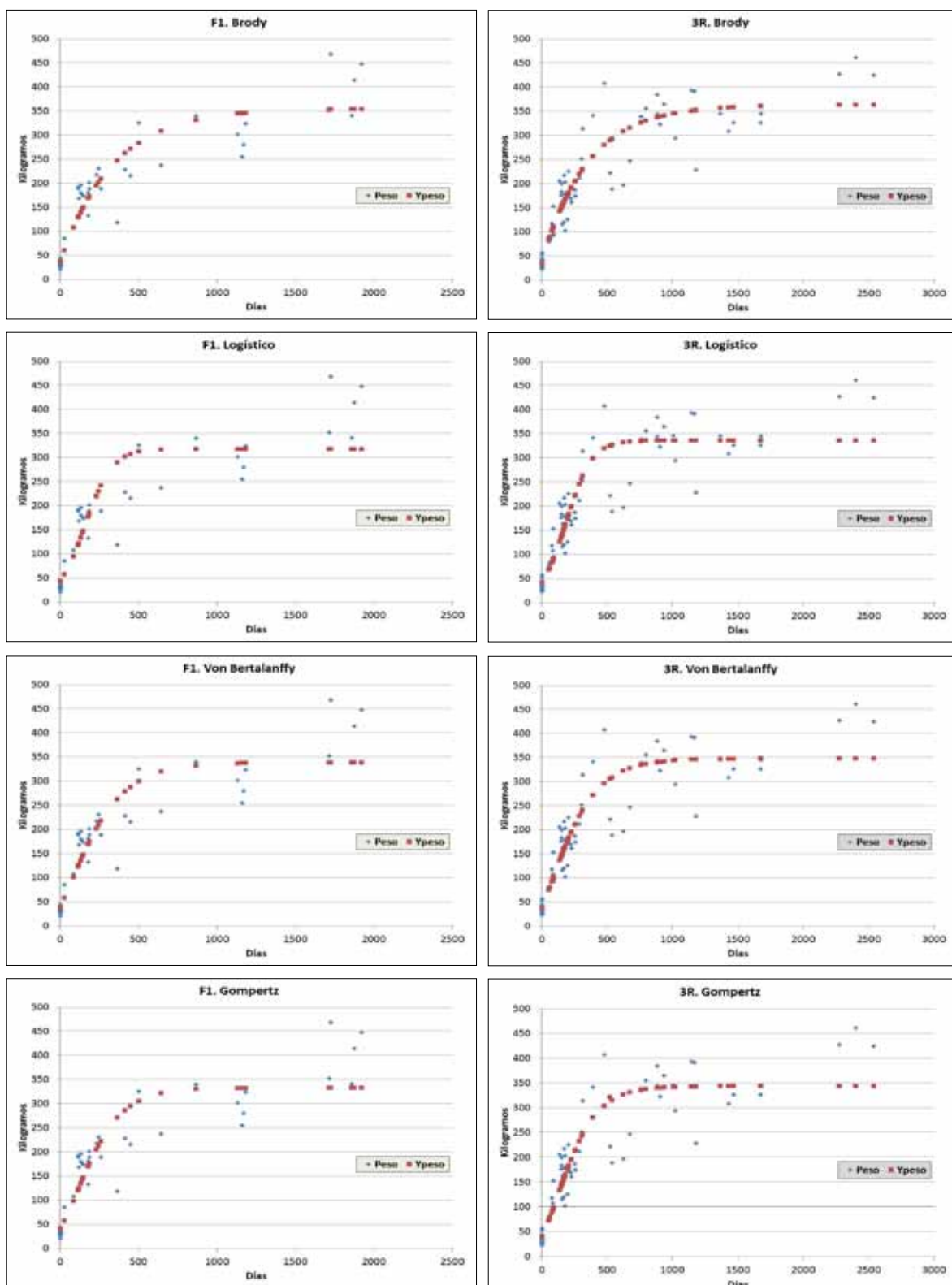
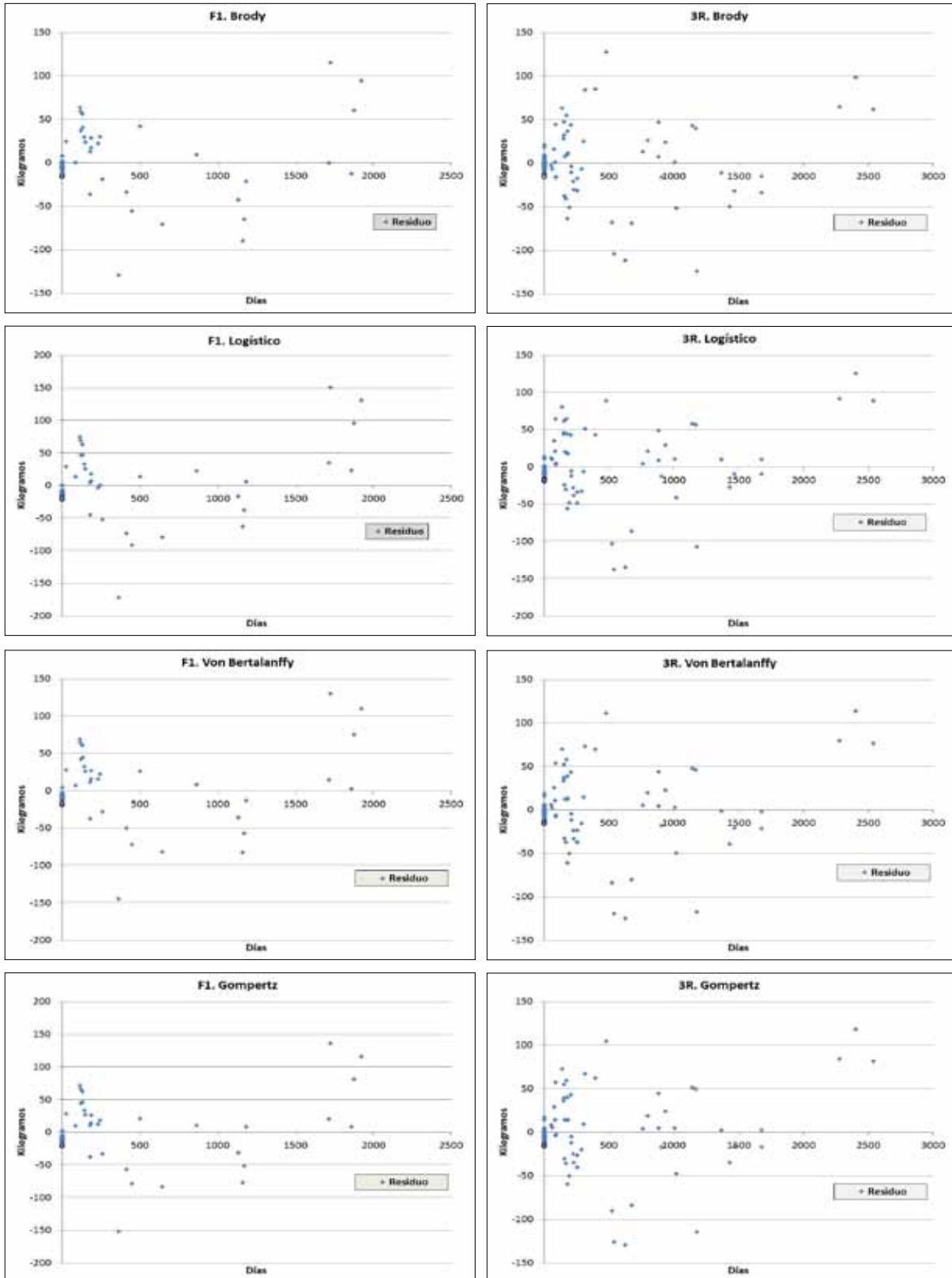


Figura 1. Valores predichos y estimados del peso vivo (kg) de animales F1 y 3R con los modelos de Brody, Logístico, Von Bertalanffy y Gompertz.





**Figura 2. Dispersión de los residuales de los modelos de Brody, Logístico, Von Bertalanffy y Gompertz para animales F<sub>1</sub> y 3R.**

de los MNL no fueron de tipo sigmoideo y quizás el periodo de destete de siete a ocho meses y los animales estén alcanzando el punto de inflexión cuando han obtenido el 40% del peso adulto (Domínguez-Viveros *et al.* 2013).

Con relación a la distribución de los residuales, Bergamasco *et al.* (2001) y Posada *et al.* (2011) indicaron que modelos que presenten distribución alternada en cortos intervalos de tiempo son más deseables que aquellos que la exhiban en intervalos más largos. Además, indican que la independencia de los términos de error asigna la mayor capacidad de ajuste los modelos que registran la menor correlación entre residuos sobre el tiempo. En el presente estudio no existió autocorrelación serial de primer orden entre residuos, lo cual permite concluir que los modelos aproximaron los datos con pequeños errores sistemáticos. Además, los valores  $d$  de la prueba Durbin-Watson permitieron aceptar la hipótesis nula, por lo que la autocorrelación entre los residuos es cero.

### CONCLUSIONES

- En el presente estudio no existió autocorrelación serial de primer orden entre residuos, por lo cual, los modelos aproximan los datos con pequeños errores sistemáticos. Además, los valores  $d$  de la prueba Durbin-Watson

permitieron aceptar la hipótesis nula, por lo que la autocorrelación entre los residuos es cero.

- Todos los modelos evaluados ajustaron apropiadamente los datos peso-edad de animales cruzados Wagyu-Brahman ( $F_1$  y 3R) con fines descriptivos y predictivos del crecimiento.
- Por la interpretación biológica de los parámetros, el modelo Brody fue el que mejor describió el crecimiento de los bovinos bajo condiciones de pastoreo en el trópico húmedo panameño. En los cuatro MNL, los tipos de curvas no se ajustaron al tipo sigmoideo, característica reportada en otras razas de bovinos para carne. El tipo de curva de crecimiento es de tipo meseta o de tipo curva lineal plateau.

### BIBLIOGRAFÍA

- Arango, JA; Van Vleck, LD. 2002. Size of beef cow: early ideas, new developments. *Genetics Molecular Research* 1:51.
- Beltán, JJ; Butts, WT; Olson, TA; Koger, M. 1992. Growth patterns of two lines of Angus cattle selected using predicted growth parameters. *Journal of Animal Science* 70:734.

- Bergamasco, AF; Aquino, LH; Muniz, JA. 2001. Estudo da curva de crescimento de fêmeas da raça Holandesa. *Ciência Agrotecnica* 25:235-242.
- Brasão, LC; Silva, HD. sf. Ajuste de modelos não lineares à curva de crescimento média de fêmeas da raça Nelore (en línea). Consultado 21 jul. 2016. Disponible en <http://www.posgraduacao.ufla.br/gauss/congresso/11seagro/conteudo/arquivos/83.pdf>
- Brown, JE; Fitzhugh Jr, A; Cartwright, TC. 1976. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. *Journal of Animal Science* 42:810.
- Da Silva Marinho, KN; Ribeiro de Freitas, A; Da Silva Falcão, AJ; Ferreira Dias, FE. 2013. Nonlinear models for fitting growth curves of Nelore cows reared in the Amazon Biome. *Revista Brasileira de Zootectina* 42:645.
- De Assumpção M, AR; Augusto M, J; Fonseca S, F; Henrique A, L. 2005. Curva de crescimento de novillos Hereford: heterocedasticidade e residuos autorregressivos. *Ciência Rural Santa María* 35:422.
- DeNise K, RS; Binks, JS. 1985. Genetic and environmental aspects of the growth curve parameters in beef cows. *Journal of Animal Science* 61:1431.
- Domínguez-Viveros, J; Rodríguez-Almeida, FA; Núñez-Domínguez, R; Ramírez-Valverde, R; Ortega-Gutiérrez, JA; Ruíz-Flores, A. 2013. Ajuste de modelos no lineales y estimación de parámetros de crecimiento en bovinos Tropicarne. *Agrociencia* 47:25.
- Domínguez-Viveros, J; Ortega-Gutiérrez, JA; Rodríguez-Almeida, FA; Callejas-Juárez, N; Águila-Palma, NG; Santillán-Moreno, E. 2014. Ajuste de modelos no lineales para caracterizar el crecimiento de bovinos Hereford y Salers. *Revista Científica Facultad de Ciencias Veterinarias-LUZ* 24(5):436.
- Doren, PE; Baker, JF; Long, CR; Cartwright, TC. 1989. Estimating parameters of growth curves of bulls. *Journal of Animal Science* 67:1431.
- Draper, NR; Smith, H. 1981. Applied regression analysis. 2nd Edition. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. John Wiley & Sons, Inc. USA. 709 p.

- Fitzhugh Jr, HA. 1976. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *Journal of Animal Science* 42:1036.
- Forni, S; Piles, M; Blasco, A; Varona, L; Oliveira, HN; Lôbo, RB; Albuquerque, LG. 2009. Comparison of different nonlinear functions to describe Nelore cattle growth. *Journal of Animal Science* 87:496.
- Freitas, AR. 2005. Curvas de crescimento na produção animal. *Revista Brasileira de Zootecnia* 34:786.
- Garnero, A del V; Marcondes, CR; Bezerra, LAF. 2005. Parâmetros genéticos du taza de maturação e do peso assintótico de fêmeas da raça Nelore. *Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinaria e Zootecnia* 57(5):652.
- Majid, AM; Yai, BT; Teoh, TP; Yusoff, AR. 1996. Fitting nonlinear functions to the growth curves of three genotypes of beef cattle. *In* 2<sup>nd</sup> National Congress on Genetics. Genetics Society of Malaysia.
- Malhado, CHM; Ramos, AA; Carneiro, PCS; Souza, JC; Wechsler, FS; Eler, JP; Azevêdo, DMMR; Sereno, JRB. 2008. Modelos no lineales para describir el crecimiento de Bufalinos de la raza Murrah. *Archivos de Zootecnia* 57:497.
- Marquardt, DW. 1963. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society of Industry Applied Mathematics* 11:431.
- Marques da Silva, NA; De Aquino, LH; Fonseca e Silva, F; Gomes de Oliveira, AI. 2004. Curvas de crescimento e influência de factores não-genético sobre as taxas de crescimento de bovinos de raça Nelore. *Ciencia Agrotecnia, Lavras* 28:647.
- Morrow, RE; McLaren, JB; Butts, WT. 1978. Effect of age on estimates of bovine growth-curve parameters. *Journal of Animal Science* 47:352.
- Motulsky, HJ; Christopoulos, A. 2003. Fitting models to biological data using linear and nonlinear regression (en linea). A practical guide to curve fitting. Graph Pad Software Inc. San Diego, CA, USA. 352 p. Disponible en <http://www.mc5068.wustl.edu/MCB/Lecturers/Baranski/Articles/RegressionBook.pdf>
- Oliveira, HN; Lôbo, RB; Pereira, CS. 2000. Comparação de modelos

- não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Gizerá. Pesquisa Agropecuária Brasileira 35:1843.
- Owens, FN; Dubeski, P; Hanson, CF. 1993. Factors that alter the growth and development of ruminants. Journal of Animal Science 71:3138.
- Posada O, S; Rosero N, R; Rodríguez, N; Costa, A. 2011. Estimación de parámetros de curvas de crecimiento de ganado Nelore criado en confinamiento. Revista Medicina Veterinaria y Zootecnia Córdoba 16(3):2701.
- Pinzón, B; Montenegro, R; Santamaría, E. 2005. Respuesta de *Brachiaria decumbens* cv. Señal a la aplicación fraccionada de nitrógeno en condiciones de Gualaca, Panamá. 2001-2003. Revista Ciencia Agropecuaria 18:95.
- Ribeiro de Freitas, A. 2005. Curvas de crescimento em produção animal. Revista Brasileira de Zootecnia 34:786.
- Silva, FF; Aquino, LH; Oliveira, AI. 2002. Estimativas de parâmetros genéticos de curva de crescimento de gado Nelore (*Bos indicus*). Ciência Agrotecnica. (Edição Especial):1562.
- Silva, FF; Aquino, LH; Oliveira, AI. 2001. Influência de factores genéticos e ambientais sobre as estimativas dos parâmetros das funções de crescimento em gado Nelore. Ciência Agrotecnica 25:1195.
- Souza, LA; Caires, DN; Carneiro, PLS. 2010. Curvas de crescimento em bovinos da raça Indubrasil criados no Estado do Sergipe. Revista Ciência Agronômica 41:671.